

PRIX DE GÉOPHYSIQUE DU CNFGG 1998

Figure de la Terre : Gravimétrie, régime de contraintes et vibrations propres

F. Chambat

Thèse de Doctorat, Université Paris VII, 1996

Résumé :

Nous avons développé avec B. Valette (Chambat 1996, Chambat et Valette 1997a) une nouvelle approche de l'inversion gravimétrique fondée sur la minimisation du tenseur des contraintes indépendamment de toute hypothèse rhéologique. Nous savons en effet depuis Clairaut (1743) qu'en l'absence de déviateur des contraintes une planète prendrait une forme quasi ellipsoïdale. Pour modéliser les variations latérales de pesanteur et de densité ainsi que les topographies planétaires on doit donc considérer un tenseur des contraintes σ qui vérifie l'équation d'équilibre :

$$\text{div } \sigma - \rho \text{grad } \varphi = 0 \quad (1)$$

où le potentiel de pesanteur φ est solution de l'équation de Poisson :

$$\Delta \varphi = 4 \pi G \rho - 2\Omega^2 \quad (2)$$

Ces équations peuvent être résolues par perturbation au voisinage d'une configuration sphérique. La résolution au premier ordre de l'équation de Poisson conduit à l'expression du potentiel sur le bord externe en fonction des variations latérales de densité sur les équipotentielles (notées $\delta_p \rho$) et des hauteurs des interfaces au dessus des équipotentielles (h). L'intérêt de cette paramétrisation est que les variables $\delta_p \rho$ et h sont toutes deux nulles dans le cas hydrostatique. On détermine leur expression en fonction du déviateur des contraintes en effectuant une perturbation lagrangienne de l'équation d'équilibre. On se place pour cela dans le repère associé aux directions propres du tenseur des contraintes et on néglige la différence entre les deux valeurs propres horizontales. Cela conduit aux relations :

$$\delta_p \rho(r) = \partial_r (r^2 \partial_1 (\sigma_T - \sigma_N)) / (gr^2) \quad (3)$$

$$h(r) = - \partial_1 \sigma_T / (\rho g)(r) \text{ en volume, } (4)$$

$$h(r_2) = - [\partial_1 (\sigma_T - \sigma_N)] / [\rho] g \text{ aux interfaces, } (5)$$

où g est la gravité du modèle sphérique de référence, $[\rho]$ le saut de densité aux interfaces, r_2 le rayon moyen d'une interface, $\partial_1 \sigma_N$ la composante quasi verticale des contraintes, $\partial_1 \sigma_T$ sa composante quasi horizontale, h la hauteur au dessus des équipotentielles des surfaces orthogonales à la direction quasi verticale. On peut également déduire l'expression au deuxième ordre du potentiel de pesanteur sur le bord externe de la planète ($r = b$) pour toute harmonique :

$$\delta_p \rho_1^m(b) = \int_0^b k_2 \partial_1 (\sigma_T - \sigma_N)_1^m(r) dr + 5/3 \Omega^2 b^2 \partial_1 \partial_1^0 k_1(b) + \text{2ème ordre, } (6)$$

où k_1 et k_2 sont des noyaux calculables numériquement, et les paramètres $\delta_p \rho$ et h s'expriment en fonction du déviateur des contraintes. Le premier terme est le terme non hydrostatique de premier ordre, le deuxième terme correspond à la solution hydrostatique ; le dernier est celui de deuxième ordre. Le noyau $k_2(r)$ est approximativement en r^{-4} si bien que la résolution en profondeur diminue avec la longueur d'onde spatiale.

Inversion gravimétrique :

Ces relations permettent de déterminer par inversion le déviateur des contraintes à partir du potentiel et de la topographie externes d'une planète. Si l'on néglige les termes de deuxième ordre, cette inversion peut être menée degré par degré par une méthode de moindres carrés fonctionnels. Les variations latérales de la densité et de la topographie des interfaces peuvent ensuite être calculées grâce aux relations 3 et 5.

Nous avons appliqué cette approche au cas de la Terre pour laquelle le potentiel est estimé jusqu'au degré 360 d'harmonique par la combinaison d'observations de satellites géodésiques et de mesures locales de la gravité. La topographie et la bathymétrie sont suffisamment bien connues pour être également développées au degré 360. Le principal résultat que l'on a obtenu est une estimation de l'épaisseur de la croûte. La minimisation du déviateur conduit à une généralisation des théories classiques d'isostasie, c'est-à-dire à une épaisseur de la croûte importante sous les reliefs qui induisent dans celle-ci une compression verticale du fait du chargement. La carte de la profondeur de la croûte sous l'Europe permet d'apprécier la résolution spatiale obtenue et est en accord avec les modèles sismiques compilés par Meissner (1986). Notre approche montre de plus que les variations latérales du déviateur ne dépassent pas le kilobar dans la croûte où il est principalement contrôlé par la topographie de surface. Dans le manteau supérieur il présente par contre une forte corrélation avec les structures tectoniques.

Lune :

Cette méthode a également été appliquée, pour la Lune, aux développements de la topographie et du champ de gravité jusqu'au degré 70 que la mission Clémentine a permis de construire (Zuber *et al.*, 1994). La Lune est marquée par des anomalies positives de gravité au niveau des grands bassins. Ces structures connues sous le nom de *mascons*

sont usuellement supposées résulter de remontées de lave consécutives aux impacts météoritiques. Ces anomalies ne peuvent être expliquées uniquement par une forte variation de l'épaisseur de la croûte et imposent donc une forte densité au niveau des bassins jusqu'à une profondeur de l'ordre de 200 km. Cela confirme l'interprétation qui en est faite et donne une indication sur la profondeur de la base de ces remontées. Le contraste entre la face visible et la face cachée apparaît nettement dans l'épaisseur de la croûte. Cela conforte le résultat obtenu par Zuber *et al.*

(1994) dans le cadre schématique d'un modèle à deux couches homogènes qui ne peut expliquer seul l'ensemble des données lunaires.

Modes Propres :

Il est connu que la dégénérescence des modes propres de degré 1 de la Terre disparaît (phénomène dit *éclatement* ou *splitting*

des modes) lorsqu'elle n'est plus supposée sphérique et sans rotation. Reprenant le travail de Woodhouse et de Dahlen (1978) sans négliger les contraintes déviatoriques, nous avons calculé les perturbations des fréquences propres liées à l'asphéricité de la Terre. Depuis Woodhouse et Dahlen (1978) il est en effet devenu systématique d'ignorer tout déviateur, ce qui est contradictoire avec l'existence d'une variation latérale qui ne soit pas quasi-ellipsoïdale (Clairaut 1743). Ce travail théorique nous permet de proposer une nouvelle approche de l'inversion des données de *splitting* jointe à celles de gravité, fondée sur la détermination de la contrainte déviatorique, de l'altitude (liée à l'orientation des contraintes) et des variations latérales des paramètres élastiques sur les surfaces équipotentielles.

Habituellement les variations latérales de densité sont reliées à celles des vitesses des ondes P et S au travers de relation ad-hoc, mais aussi à la topographie des interfaces en utilisant une rhéologie visqueuse dans le manteau. Notre nouvelle approche sera appliquée aux données de *splittings* disponibles dans la littérature. Ces résultats seront comparés à ceux obtenus à l'aide des procédures usuelles (Widmer, 1991 ; Forte et al. 1994, par exemple) et aux résultats de tomographie par ondes de volume. Ils permettront également de vérifier si une forte anisotropie de la graine est nécessaire - comme l'analyse des ondes de volume le suggère - à l'interprétation des observations de *splittings* dits *anormaux*.

Références bibliographiques :

Backus, G. E., 1967, Converting vector and tensor equations to scalar equations in spherical coordinates, Geophys. J. R. Astr. Soc., 13, 71-101.

Chambat, F., Valette, B., 1997a, Figure non hydrostatique des planètes : Inversion gravimé-trique et modèles 3D de la Terre et de la Lune, Actes des Journées Systèmes de Référence 1996, édités par N. Capitaine, Publiés par l'Observatoire de Paris.

Chambat F. et Valette B., 1997b, Potentiel de gravité au deuxième ordre, *ibid.*

Clairaut, A.C., 1743, Théorie de la figure de la Terre, Tiré des principes de l'hydrostatique, Courcier, Paris, Seconde édition, 1808.

Forte, A.M., Woodward, R.L., Dziewonski, A.M., 1994, Joint inversion of seismic and geodynamic data for models of the three-dimensional mantle heterogeneity, J.G.R., 99, B11, 21857-21877.

Meissner, R. (Ed.), 1986, The continental crust, A Geophysical Approach, International Geophysics Series, vol. 34, Academic Press.

Valette, B., 1986, About the influence of pre-stress upon adiabatic perturbation of the Earth, Geophys. J. R. Astr. Soc., 85, 179-208.

Widmer, R., 1991, The Large-Scale Structure of the Deep Earth as Constrained by Free Oscillations Observations, Ph.-D., University of California, San Diego.

Woodhouse, J.H., Dahlen, F.A., 1978, The effect of a general aspherical perturbation on the free oscillations of the Earth, Geophys. J. R. Astr. Soc., 53, 335-354.

Zuber, M., Smith, D., Lemoine, F., Neumann, G., 1994, The shape and internal structure of the Moon from the Clementine mission, Science, 266, 1839-1843.

Figures :

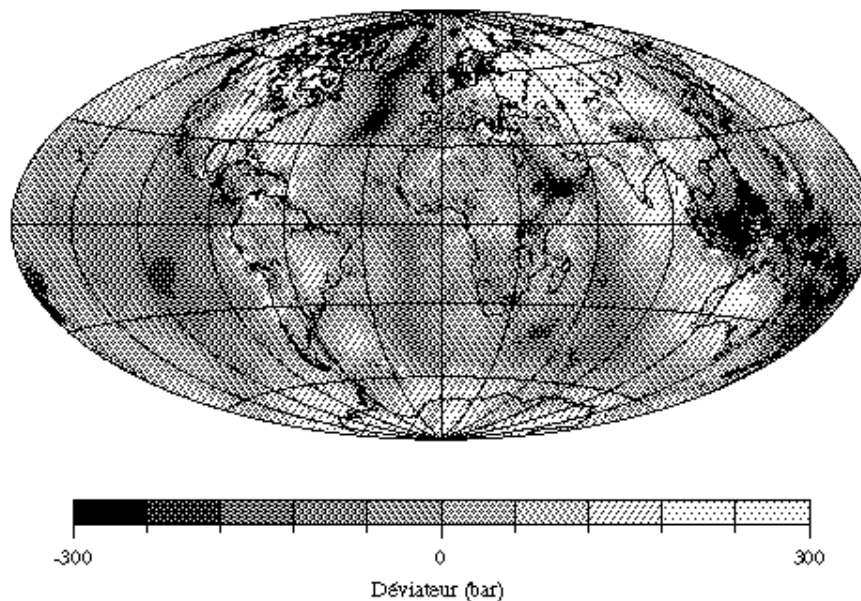


Figure 1 : Déviateur des contraintes dans la Terre à 60 km de profondeur.

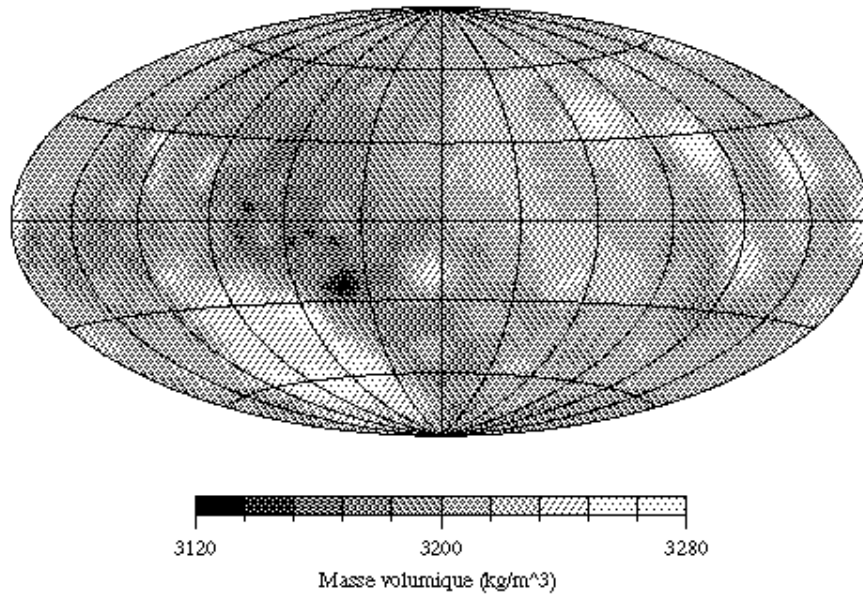


Figure 2 : Masse volumique dans la Lune à 100 km de profondeur.

[\[Page Précédente\]](#)